MATEMATYKA

Przed próbną maturą w roku 2020

Sprawdzian 1.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **40**

Imię i nazwisko

....

Liczba punktów	Procent

Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left[9^{-\frac{1}{4}}+\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]\cdot\left[9^{-\frac{1}{4}}-\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]$ jest równa:

A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{9}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba rozwiązań równania $2\cos^4 x - 2\sin^4 x = 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi\rangle$ jest równa:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Zadanie 3. (0–1)

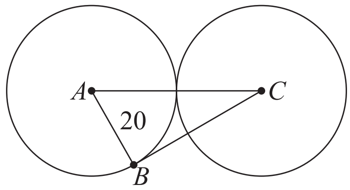
W rombie o polu powierzchni równym 120 stosunek długości przekątnych jest równy 3:5. Krótsza przekątna tego rombu ma długość:

A. 6 B.10 C.12 D. 20

ZADANIE Z KODOWANĄ ODPOWIEDZIĄ

Zadanie 4. (0–2)

Dane są dwa zewnętrznie stycznie okręgi, oba o promieniu 20. Ze środka jednego z nich poprowadzono styczną do drugiego okręgu (zobacz rysunek). Oblicz pole powierzchni trójkąta ABC. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.



ZADANIA OTWARTE

Zadanie 5. (0–3)

Wykaż, że w trójkącie prostokątnym dwusieczna kąta prostego dzieli na połowy kąt między środkową a wysokością, poprowadzonymi z wierzchołka kąta prostego.

Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych liczb dodatnich a i b spełniających warunek $a \cdot b = 1$, prawdziwa jest nierówność $\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right) \geq 4$.

Zadanie 7. (0–3)

Reszta z dzielenia liczby 638 przez liczbę naturalną n jest równa 8, zaś reszta z dzielenia liczby 205 przez tę samą liczbę naturalną n jest równa 7. Znajdź liczbę n.

Zadanie 8. (0–6)

Dla jakich wartości parametru $m \in \boldsymbol{R}$ równanie $(2m^2 + m - 1)x^3 + (5 - m)x^2 - 6x = 0$ ma trzy różne pierwiastki, które tworzą ciąg arytmetyczny?

Zadanie 9. (0–4)

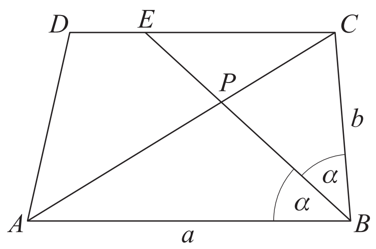
Rozwiąż równanie $\sin 7x + \frac{1}{2}\sin 5x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x = 0.$

Zadanie 10. (0–6)

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = 2x^3 + mx + 5$ w przedziale $\left\langle -2, \frac{1}{2} \right\rangle$, jeżeli współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie o odciętej $x_0 = 0$ jest równy –6.

Zadanie 11. (0–5)

W trapezie $ABCD$ dwusieczna kąta przy wierzchołku B, przecina przekątną AC w punkcie P, a krótszą podstawę CD w punkcie E (zobacz rysunek). Wiedząc, że $|AB| = 15$, $|BC| = 9$ oraz pole trójkąta ABP jest równe polu powierzchni czworokąta $APED$, oblicz długość odcinka DE.



Zadanie 12. (0–5)

Wyznacz równanie okręgu stycznego do obu osi układu współrzędnych i do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 34x - 28y + 385 = 0$. Rozpatrz wszystkie przypadki.