MATEMATYKA

Przed próbną maturą w roku 2020

Sprawdzian 1.

(poziom podstawowy)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **30**

Imię i nazwisko

....

Liczba punktów	Procent

Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 12. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{7}} \frac{49}{\sqrt{7}}$ jest równa:

A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 3 D. 6

Zadanie 2. (0–1)

Jeżeli liczbę $\frac{5^3 \cdot \sqrt{5}}{5^{16}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-15}$ przestawimy w postaci potęgi o podstawie 5, to wykładnik tej potęgi będzie równy:

A. 1,5 B. 2,5 C. 3,5 D. 4,5

Zadanie 3. (0–1)

Na 101 miejscu po przecinku w liczbie 5,(3426) występuje cyfra:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

Zadanie 4. (0–1)

Równość $\frac{7}{x-\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}}{x}$, gdzie $x \in \boldsymbol{R}_+ - \{1\}$, jest prawdziwa, gdy:

A. $x = 5$ B. $x = 7$ C. $x = 8$ D. $x = \sqrt{7}$

Zadanie 5. (0–1)

Jeżeli do wykresu funkcji liniowej należy punkt $P = \left(-2\sqrt{3}; 3\right)$ i miejscem zerowym tej funkcji jest liczba $-\frac{7}{2}$, to wykres tej funkcji przechodzi przez ćwiartki układu współrzędnych:

A. I, II i III B. I, II i IV C. I,. III i IV D.II, III, i IV

Zadanie 6. (0–1)

Najmniejszą wartością funkcji kwadratowej f jest liczba 4, a wierzchołek paraboli będącej jej wykresem należy do prostej o równaniu $x = -3$. Funkcja f może być opisana wzorem:

A. $f(x) = (x-4)^2 - 3$, B. $f(x) = (x+4)^2 - 3$,
C. $f(x) = (x-3)^2 + 4$, D. $f(x) = (x+3)^2 + 4$.

Zadanie 7. (0–1)

W kinie są 32 rzędy krzeseł. Rząd pierwszy składa się z 10 krzeseł, a każdy następny rząd zawiera o 3 krzesła więcej niż rząd poprzedni. Liczba wszystkich krzeseł w tym kinie jest równa:
A. 1808 B. 1911 C. 1914 D. 2023

Zadanie 8. (0–1)

Pierwszy wyraz malejącego ciągu geometrycznego (a_n) jest równy $\frac{200}{3}$, a wyraz trzeci tego ciągu jest równy 0,(6). Wynika z tego, że w ciągu tym:

A. $a_5 = \frac{1}{25}$ B. $a_5 = \frac{1}{50}$ C. $a_5 = \frac{1}{75}$ D. $a_5 = \frac{1}{150}$

Zadanie 9. (0–1)

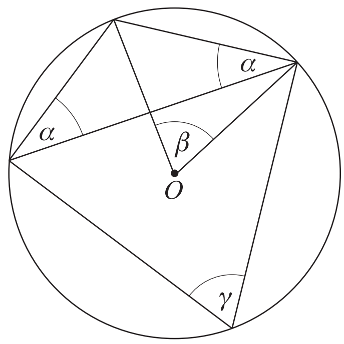
Kąty ostre trójkąta prostokątnego mają miary α i β, pomiędzy którymi zachodzi związek $8\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$. Wówczas:

A. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$ B. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$.

Zadanie 10. (0–1)

Punkt O jest środkiem okręgu, a kąt α ma miarę 32° (zobacz rysunek). Miary kątów β i γ są równe:

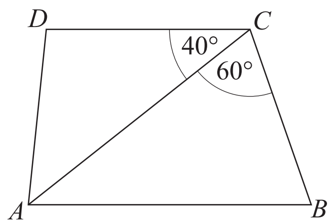
A. $\beta = 60°, \gamma = 68°$, B. $\beta = 64°, \gamma = 64°$,
C. $\beta = 64°, \gamma = 68°$, D. $\beta = 68°, \gamma = 68°$.



Zadanie 11. (0–1)

Dwusieczna AC kąta przy wierzchołku A trapezu $ABCD$ ($AB \parallel CD$) podzieliła kąt przy wierzchołku C na dwa kąty o miarach 40° i 60° (zobacz rysunek). Kąt ADC tego trapezu ma miarę:

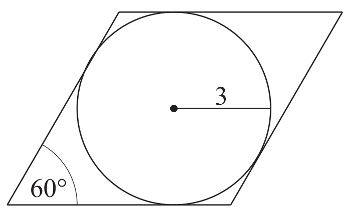
A. 90°, B. 95°,
C. 100°, D. 110°.



Zadanie 12. (0–1)

W romb o kącie ostrym o mierze 60° wpisano okrąg o promieniu długości 3 (zobacz rysunek). Bok tego rombu ma długość:

A. $6\sqrt{2}$, B. 12,
C. $2\sqrt{3}$, D. $4\sqrt{3}$.



BRUDNOPIS

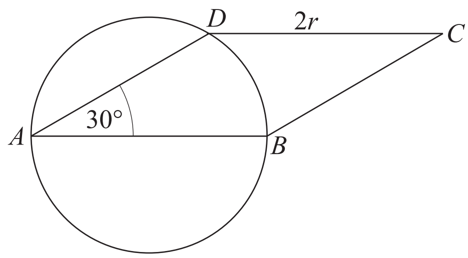
ZADANIE OTWARTE

Zadanie 13. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b spełniających warunek $a > 2b > 1$, prawdziwa jest nierówność $\frac{a^2 - a}{2} > ab - b$.

Zadanie 14. (0–3)

W równoległoboku $ABCD$ bok DC ma długość dwukrotnie większą od długości promienia okręgu r opisanego na trójkącie ABD (zobacz rysunek).
Wiedząc, że kąt ostry tego równoległoboku ma miarę $30°$, wykaż, że stosunek długości sąsiednich boków równoległoboku $ABCD$ jest równy $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Zadanie 15. (0–4)

Piąty wyraz rosnącego ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest równy zero, a suma wszystkich ujemnych wyrazów tego ciągu jest równa –130.

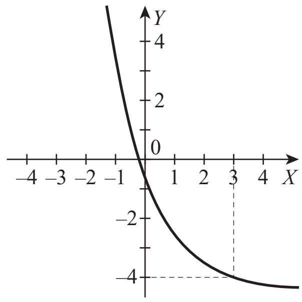
a) Oblicz różnicę ciągu (a_n).

b) Ile maksymalnie początkowych wyrazów tego ciągu można do siebie dodać, aby otrzymana suma nie przekraczała liczby 143?

Zadanie 16. (0–4)

Punkt $C = (4, 10)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego o podstawie AB, a punkt $K = (3, 6)$ jest środkiem boku BC tego trójkąta. Wiedząc, że wysokość trójkąta ABC opuszczona z wierzchołka C zawiera się w prostej o równaniu $y = x + 6$, wyznacz współrzędne wierzchołka A tego trójkąta.

Zadanie 17. (0–2)



Do wykresu funkcji wykładniczej określonej wzorem $f(x) = a^{x-2} + b$, dla każdego $x \in \boldsymbol{R}$, należy punkt o współrzędnych $(3, -4)$, a zbiorem jej wartości jest przedział $\left(-\frac{9}{2}, +\infty\right)$ (zobacz rysunek).

Wyznacz wzór funkcji f.

Zadanie 18. (0–3)

Liczba 10 jest miejscem zerowym funkcji kwadratowej f. Funkcja ta jest rosnąca wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in \langle 4, +\infty)$, a w przedziale $\langle 6, 8\rangle$ przyjmuje wartość największą równą -5. Wyznacz wzór funkcji f w postaci ogólnej.